Rugalmas ütközések dinamikája

A terv

- szerkezet nélküli részecskékre (pl. kis energiájú nemesgázok)

- egyéb hatások → elhanyagolva, pl. kémiai változások, belső energia változás

- rugalmas ütközés
  → rendszer (ütköző részecskék) kinetikus energiája állandó
  → Mj: külső erők hiányában (ez általános) impulzus állandó

- 2 részecske – 6 Descartes koord. (t-függés) → 2 változó elég! (koord. transzformáció→ tkp rendszerre áttérés)

- erő csak R-től (távolságtól függ.)

A tömegközéppont (com)

→ egy mechanikai rendszer tkp-ja úgy mozog mintha a rendszer egész tömege abban a pontban lenne összpontosítva és a rendszerre ható külső erők összege erre a pontra hatna!

$$m\frac{d^2\underline{r}_{cm}}{dt^2} = \underline{F}_k$$

→ ha $\underline{F}_k = 0 \Rightarrow$ tkp egyenletes, egyenes vonalú mozgást végez!

$$\sum_i m_i \underline{v}_i = \left(\sum_{m_i} m_i\right)\underline{v}_{cm}$$

→ Ha $\Sigma\underline{F}_i = 0$ akkor $\underline{p}$ = const. $\left(\frac{d\Sigma\underline{p}_i}{dt} = \Sigma\underline{F}_i = 0\right)$ → impulzus megmaradás tétele

Mechanikai emlékeztető:

$$\frac{d}{dt}\sum_i \underline{p}_i = \sum_i \underline{F}_i \qquad \left(\frac{d\underline{p}_1}{dt} = \underline{F}_1 + \underline{F}_{12} \quad \frac{d\underline{p}_2}{dt} = \underline{F}_2 - \underline{F}_{12}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i \underline{v}_i = \sum_i \underline{F}_i$$

$$m\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum m_i \underline{v}_i\right) = \sum_i \underline{F}_i$$

$$m\frac{d}{dt}\underline{v}_{cm} = \sum_i \underline{F}_i$$

$$m\frac{d^2}{dt^2}\underline{r}_{cm} = \sum_i \underline{F}_i$$

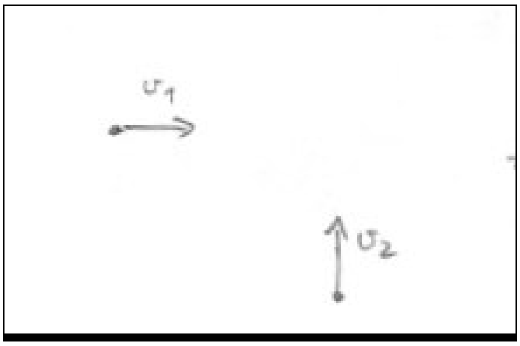
A rendszer teljes energiája (már csak 2 részecskére)

$$E = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + V(R) = \ldots = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}\mu \cdot v^2 + V(R) \quad \left(\underline{v} = \underline{v}_1 - \underline{v}_2\right)$$

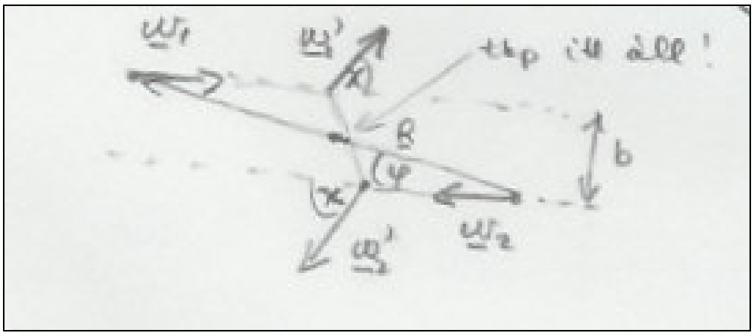
megmutatható, hogy az eredeti mozgás felbontható (ha nincs külső erő …) ⇒ (tkp mozgása + relatív mozgás)-ra

A feladat redukciója: Mozgások ábrázolása

1) Eredeti sebességek



2) rögzítsük a tkp.-t!
(Koord. rendszer egyenletes, egyenes vonalú mozgást végez → mozgásegyenletek nem változnak!) – Galilei-féle relativitási elv.

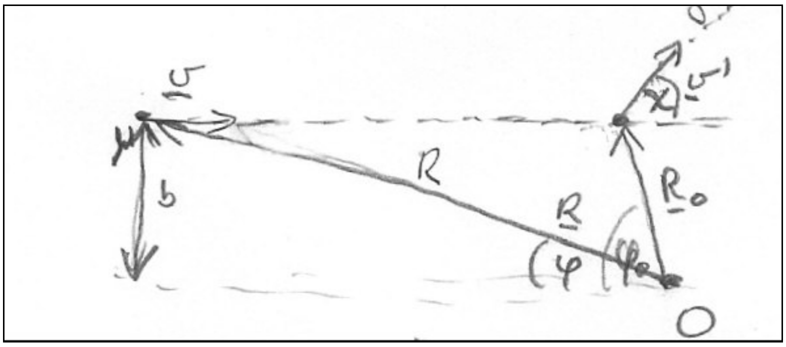


Teljes impulzus: 0 $\Rightarrow \underline{w}_1 \| \underline{w}_2$ és $\underline{w}_1' \| \underline{w}_2'$
ahol $\underline{w}_1 = \underline{v}_1 - \underline{v}_{cm}$ és $\underline{w}_2 = \underline{v}_2 - \underline{v}_{cm}$

Az eltérítési szög: $\chi = \pi - 2\varphi_0$

3) ANALÓG FELADAT

$\underline{w}_1 - \underline{w}_2 = \underline{v}$ sebességgel mozgó μ tömegű test mozgása O rögzített pontban centrált potenciál erőterében ($\underline{v} \| \underline{w}$)



Kéttest probléma olyan egytest problémává alakítható ahol:
- mozgásegyenletek egymásba alakíthatók
- eredeti probléma 2 testre visszakapható!
- energia megmarad (impulzus nem)

Rendszer jellemzői:

$\underline{v} \| \underline{w}$ $\underline{v}' \| \underline{w}'$

$\underline{R}^1 = \underline{R}^2$

$\varphi^1 = \varphi^2$

$\varphi_o^{\ 1} = \varphi_o^{\ 2}$

$\chi^1 = \chi^2$

1, 2 : egyik ill. másik rendszerben.

<u>Megjegyzések:</u>

V(*R*) csak távolságtól függ! → nincs orientáció függés → orientáció valamiféle belső rendszert implikálna! → szerkezet nélküli részecskék!

<u>Összefoglalva:</u>

a) 2 részecske mozog
b) 2 részecske mozog tkp.-i rendszerben
c) 1 részecske mozog egy O-ban pozicionálódó V(R) potenciálban, → ez egy analóg feladat lesz → mozgásegyenletek egymásba alakíthatók → visszakapható az eredeti probléma.

Hatás paraméter (ütközési paraméter)

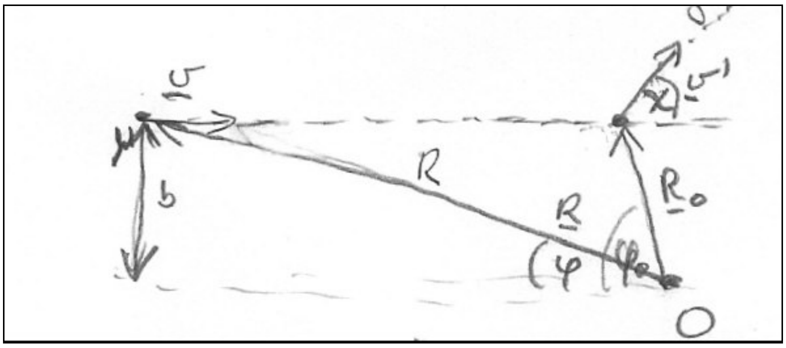
$$\underline{R} = \underline{R}_1 - \underline{R}_2 = \underline{v}_1 t + \underline{\rho}_1 - \underline{v}_2 t + \underline{\rho}_2 = \underline{v} t + \underline{b}'$$

$\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$: sebességek (absz.) const. ha nincs kh.

$\underline{\rho}_1$, $\underline{\rho}_2$: kezdeti koord.

$\underline{v}$: relatív sebesség → μ tömegű részecske sebessége + kiindulási vektora O-hoz képest.

b: ütközési paraméter



- ugyanígy definiáljuk b-t akkor is, ha van kh., csak nagy *R*-re, azaz a relatív *v* vektor kezdeti irányához képest!

- *b*: jellemző az ütközésre, fontos paraméter később!

- Reális ütközési trajektória: